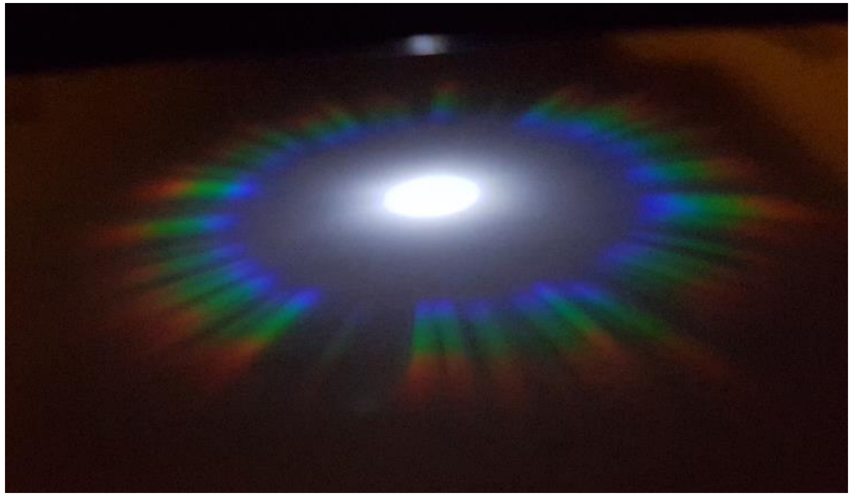
Optische Analogie zur Elektronenbeugung



mit geeigneten Beugungsobjekten
(optische Gitter)

NUN
Naturwissenschaftlicher Unterricht
in Niedersachsen

Elektronenbeugung
– auf grundlegendem Anforderungsniveau

gA dreistündig: keine Röntgenröhre
kein Photoeffekt
Bragg-Reflexion steht nicht zur Verfügung

KC:

Die Schülerinnen und Schüler ...	
• beschreiben das Experiment mit der Elektronenbeugungsröhre. • ermitteln die Wellenlänge bei Quantenobjekten mit Ruhemasse mithilfe der de-Broglie-Gleichung	• deuten die Beobachtungen mithilfe optischer Analogieversuche an Transmissionsgittern. • bestätigen durch angeleitete Auswertung von Messwerten die Antiproportionalität zwischen Wellenlänge und Geschwindigkeit

Zielrichtung:
Elektronen als interferenzfähiges Quantenobjekt präsentieren
→ Elektronenbeugung einführen (Deutung unter Verzicht auf Bragg-Reflexion)
→ Experiment angeleitet quantitativ auswerten
→ Einführung der de-Broglie-Gleichung auf Grundlage der Messergebnisse

NUN
Naturwissenschaftlicher Unterricht in Niedersachsen

Elektronenbeugung ohne Bragg

Inhaltliche Übersicht über die Unterrichtssequenz:

1. Stunde: Untersuchung einer Beugungsstruktur mit Strahlung
→ ringförmiges Interferenzmuster
(optisches Analogieexperiment mit sichtbarem Licht)

2. Stunde: Elektroneninterferenz – Experiment mit der Elektronenbeugungsröhre

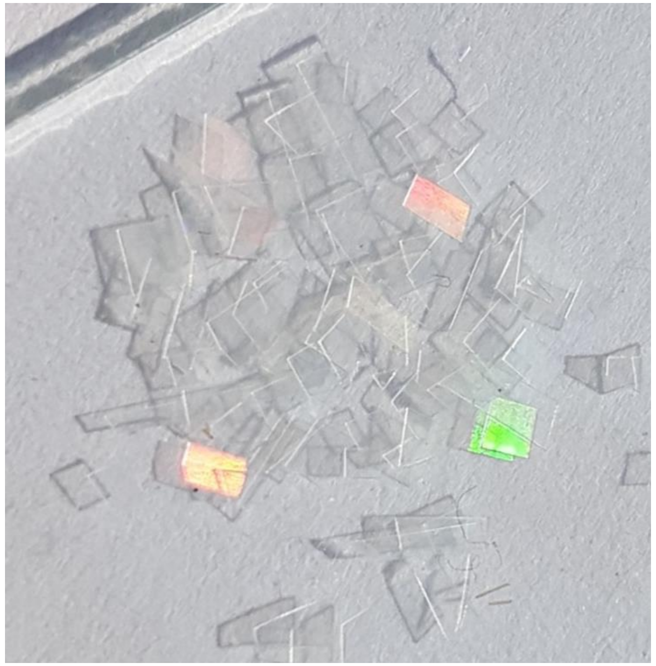
3. Stunde: Versuchsauswertung → Bestimmung von λ und v aus den Messergebnissen; $\lambda \sim \frac{1}{v}$

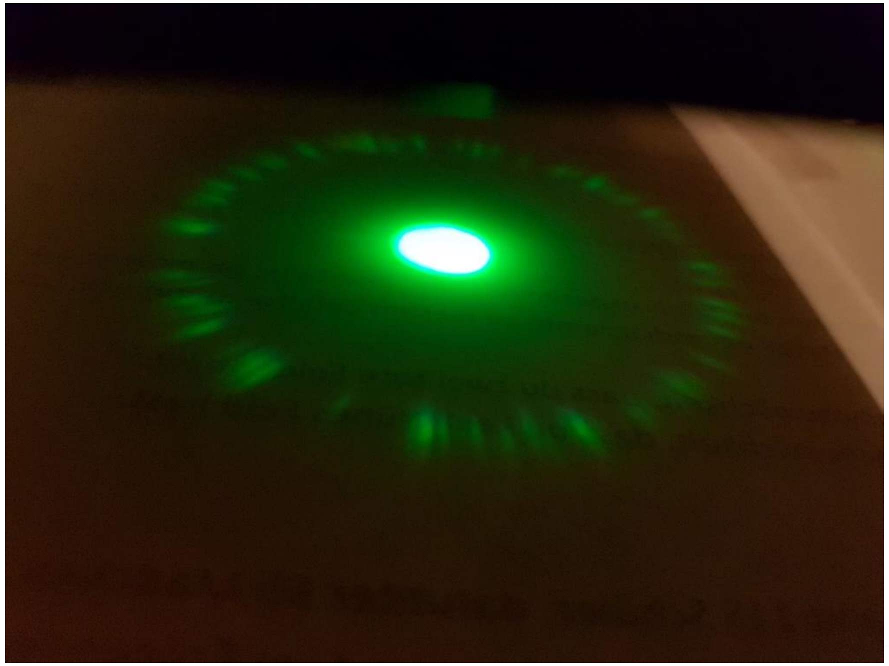
4. Stunde: Wellenlänge von Elektronen – Einführung der de-Broglie-Gleichung

NUN
Naturwissenschaftlicher Unterricht in Niedersachsen

1. Stunde: Strukturuntersuchung mit Strahlung

- Erzeugung von kreisförmigen Interferenzbildern:
  durch zufällig angeordnete Gitterfragmente (-> Liniengitter)
  entstehen kreisförmige Interferenzmuster:





Naturwissenschaftlicher Unterricht in Niedersachsen

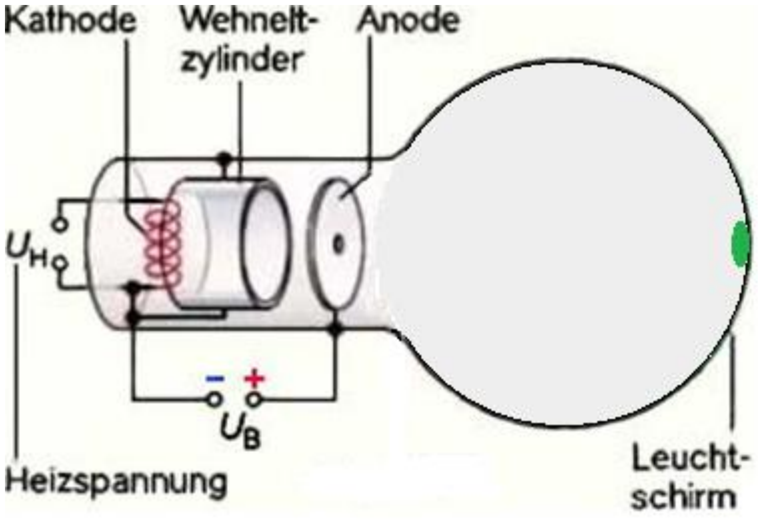
1. Stunde: Strukturuntersuchung mit Strahlung

- Erzeugung von kreisförmigen Interferenzbildern: Durchmesser der Interferenzringe ist wellenlängenabhängig

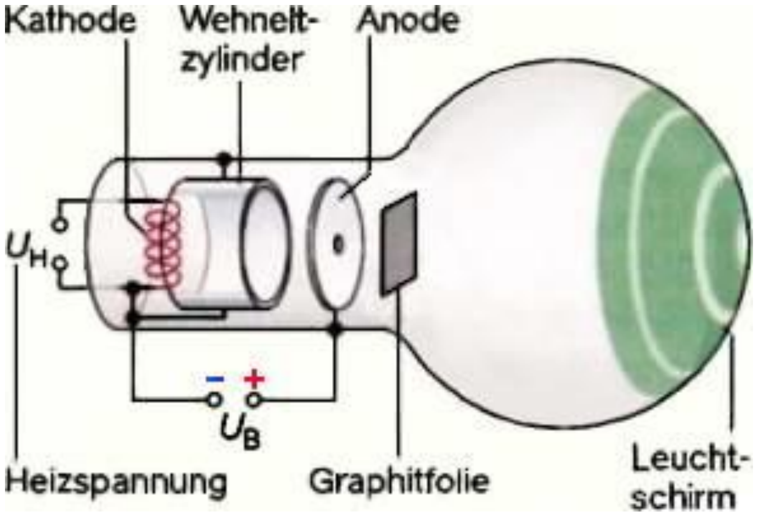
- Zwei unterschiedliche Gitterkonstanten führen zu zwei Ringen mit unterschiedlichen Durchmessern.

2. Stunde: Elektroneninterferenz

- Deutung der Debye-Scherrer Ringe als Interferenzerscheinung durch Vergleich mit der optischen Analogie
- Graphitfolie als Beugungsgitter identifizieren



Elektronenstrahlröhre

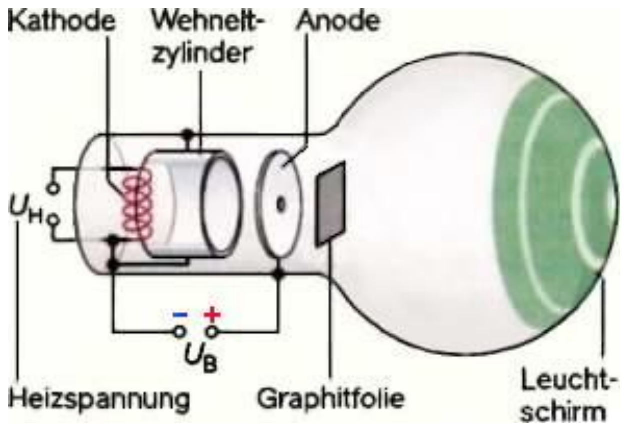


Elektronenbeugungsröhre

NUN
Naturwissenschaftlicher Unterricht in Niedersachsen

2. Stunde: Elektroneninterferenz

Die Elektronen-Beugungsröhre wird demonstriert, die Ringe als Interferenzmuster gedeutet und (zuletzt!) die Natur der Strahlung geklärt.



Ergebnisse:

- Elektronen sind Objekte mit Welleneigenschaften, da es Interferenz gibt.
- Aus der Analogie mit optischen Gittern:
  - Die Ringe deuten auf unregelmäßige angeordnete Beugungsobjekte hin.
  - Zwei Ringe deuten auf zwei Gitterkonstanten hin.
  - Radien der Beugungsringe hängen von der Beschleunigungsspannung ab ⇒ Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Geschwindigkeit der Elektronen

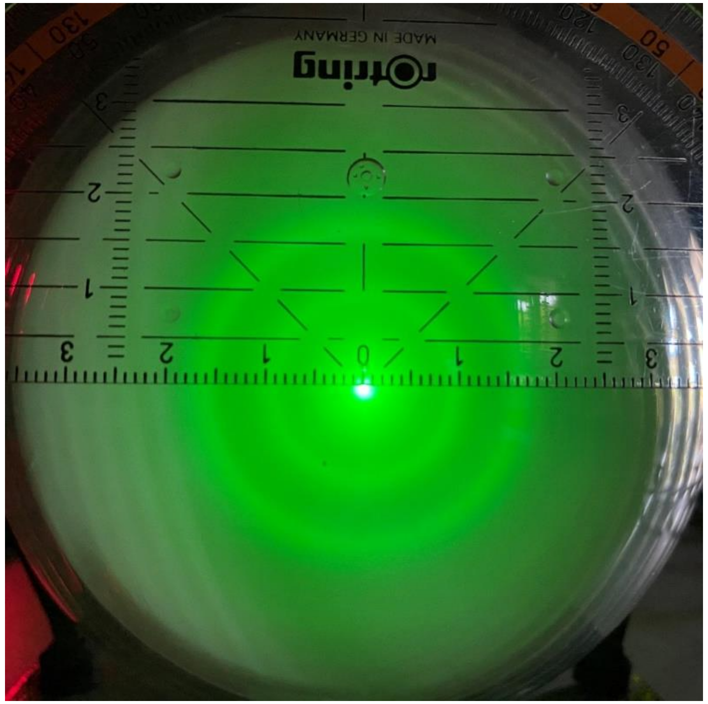
Aufklärung: Die Beugung erfolgt an einer Folie mit vielen Graphitkristallen, Graphit besitzt zwei Gitterkonstanten.

3. Stunde: Wellenlänge von Elektronen

Ziel der Stunde:
Durch Auswertung der Beugungsringe die Wellenlänge der Elektronen bestimmen und die Antiproportionalität zwischen Wellenlänge und Geschwindigkeit nachweisen.

Ansatz: Graphitfolie als „Beugungsobjekt“ betrachten
(→ analog zum optischen Transmissionsgitter)

Auswertung mit den bekannten Gleichungen zum Doppelspalt bzw. optischen Gitter



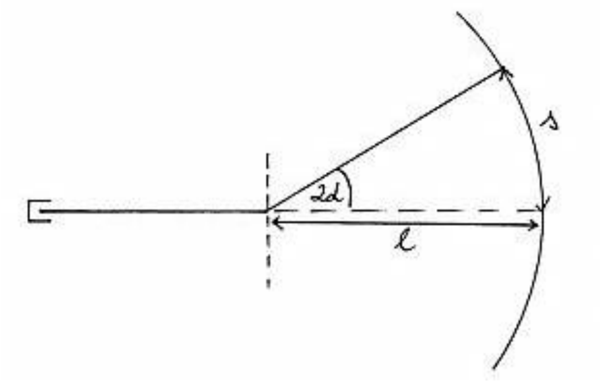
NUN
Naturwissenschaftlicher Unterricht in Niedersachsen

3. Stunde: Wellenlänge von Elektronen

Welche Gleichung wird verwendet?

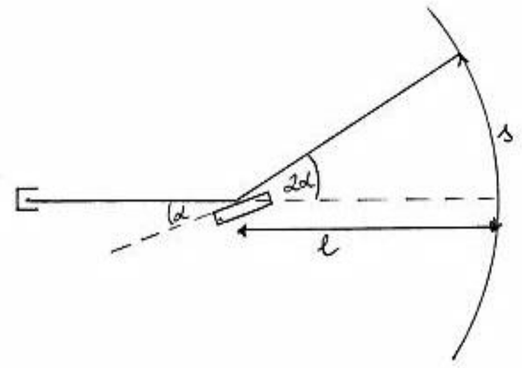
Vergleich:

Transmissionsgitter



Die Lage des ersten Maximums wird beschrieben durch $\lambda = d \cdot \sin(2\alpha)$.

Reflexion mit Bragg-Bedingung



Die Lage des ersten Maximums wird beschrieben durch $\lambda = 2d \cdot \sin(\alpha)$.

Für kleine Winkel (2α<10°) lassen sich im Rahmen der Messunsicherheit die Ergebnisse beider Ansätze nicht unterscheiden.

NUN

Naturwissenschaftlicher Unterricht in Niedersachsen

3. Stunde: Wellenlänge von Elektronen

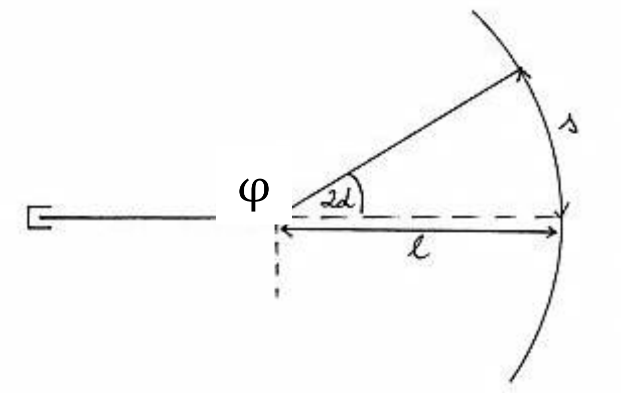
Vorschlag für gA:

Man verwendet die Gleichungen $\lambda \approx d \cdot \varphi$ und $\varphi = \frac{s}{l}$, also $\lambda \approx d \cdot \frac{s}{l}$.

Den Schülern wird mitgeteilt, dass diese Näherung auch hier gilt.

Vorteile:

- Die Gleichung für das Transmissionsgitter wird nicht „missbraucht“, da die Näherung als solche korrekt ist.
- Die Auswertung fällt ohne trigonometrische Funktionen leichter.



Frage: Wie genau ist das? Rechenbeispiel:

l= 13,5 cm , 4 kV Beschleunigungsspannung, Wellenlänge theoretisch: 19,35 pm

Ringradius theoretisch mit Bragg: s = 2,13 cm (d = 123 pm) bzw. 1,23cm (213 pm)

Berechnete Wellenlänge aus diesen Werten von s: jeweils 19,41 pm

Der Fehler liegt also unter 0,3%!

Fazit: die Näherung ist sehr gut geeignet – das größte Problem bleibt vermutlich die Messgenauigkeit für den Ringdurchmesser (1 mm -> 5-10 %)!

NUN
Naturwissenschaftlicher Unterricht in Niedersachsen

4.Stunde: de-Broglie-Gleichung

Ziel der Stunde: de-Broglie-Gleichung einführen und auf Basis der Messdaten plausibel machen.

- Einführung der de-Broglie-Gleichung: $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$
- Überprüfung der Gültigkeit anhand der Messergebisse:

U_A in V	v in m/s	λ_theor./m	r_1 in m	λ_1 in m	r_2 in m	λ_2 in m
3000	3,248E+07	2,239E-11	0,0235	2,238E-11	0,0140	2,334E-11
4000	3,751E+07	1,939E-08	0,0195	1,867E-11	0,0115	1,921E-11
5000	4,193E+07	1,734E-08	0,0175	1,679E-11	0,0105	1,755E-11
6000	4,594E+07	1,583E-08	0,0165	1,585E-11	0,0095	1,589E-11
7000	4,962E+07	1,466E-08	0,0150	1,443E-11	0,0090	1,506E-11

- Die de-Broglie-Gleichung ermöglicht im Rahmen der zu erwartenden Messgenauigkeit eine sinnvolle Berechnung der zu erwartenden Wellenlängen.

4.Stunde: de-Broglie-Gleichung

Alternativ lässt sich mit Hilfe der Messdaten und der de-Broglie-Gleichung:
$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \quad \Rightarrow h = \lambda \cdot m \cdot v$ das plancksche Wirkungsquantum h bestimmen.

U_A in V	v in m/s	r_1 in m	λ_1 in m	h in Js	r_2 in m	λ_2 in m	h in Js
3000	3,248E+07	0,0235	2,238E-11	6,623E-34	0,0140	2,334E-11	6,906E-34
4000	3,751E+07	0,0195	1,867E-11	6,378E-34	0,0115	1,921E-11	6,564E-34
5000	4,193E+07	0,0175	1,679E-11	6,414E-34	0,0105	1,755E-11	6,705E-34
6000	4,594E+07	0,0165	1,585E-11	6,632E-34	0,0095	1,589E-11	6,649E-34
7000	4,962E+07	0,0150	1,443E-11	6,521E-34	0,0090	1,506E-11	6,806E-34
			Mittelwert	6,514E-34		Mittelwert	6,726E-34

- Im Rahmen der zu erwartenden Messgenauigkeit erhält man sinnvolle Werte für das plancksche Wirkungsquantum h.